Università di Pisa
Dipartimento di Matematica
Corsi di Laurea e di Laurea Magistrale in Matematica
Anno accademico 2016/2017
Scheda di un insegnamento attivato

Nome dell'insegnamento: Geometria 2
Docente titolare (e suo indirizzo e-mail): Fabrizio Broglia (fabrizio.broglia@unipi.it)}
Co-docente (e loro indirizzo e-mail):Marco Abate (marco.abate@unipi.it)}

Codice dell'insegnamento: 127AA
Valore in CFU: 12
Settore scientifico-disciplinare: MAT/03
Numero di ore di didattica frontale: 120
Semestre di svolgimento: I e II

Università di Pisa
Dipartimento di Matematica
Corsi di Laurea e di Laurea Magistrale in Matematica
Anno accademico 2016/2017
Informazioni su un insegnamento attivato

Nome dell'insegnamento: Geometria 2
Docente titolare: Fabrizio Broglia
Co-docente: Marco Abate

Programma:
1.Geometria proiettiva.
2.Topologia generale
3.Prime nozioni di topologia algebrica.
4.Funzioni di una variabile complessa.

1.Geometria proiettiva.

Definizione di spazio proiettivo, sottospazi, trasformazioni proiettive. Operazioni con i sottospazi, formula di Grassmann. Riferimenti proiettivi, coordinate omogenee, il teorema fondamentale delle proiettività. Fasci di rette e di iperpiani.

Confronto tra geometria affine e proiettiva: carte affini, chiusura proiettiva e punti all'infinito di sottospazi affini. Birapporto. Il gruppo delle affinita` come sottogruppo del gruppo delle proiettività.

Quadriche proiettive: classificazione proiettiva e relazione con la classificazione affine.

Topologia generale.
Spazi metrici, spazi topologici. Intorni. Chiusura e parte interna.
Insiemi densi. Topologia indotta su un sottospazio. Confronto tra topologie.
Continuita` e omeomorfismi. Mappe aperte e chiuse. Incollamento di funzioni continue.
Basi, definizione di topologia prodotto.
Spazi di Haussdorff.
Topologia quoziente. Il proiettivo come spazio topologico quoziente.
Definizione di varietà topologica.
Spazi connessi. I connessi della retta reale R. Connessione per archi.
Componenti connesse, componenti connesse per archi. Prodotto di connessi.
Spazi compatti. Altri assiomi di separazione.
Compattezza dell'intervallo [0,1].
Prodotto di spazi topologici compatti. Caratterizzazione dei compatti di R^n. Compattificazione di Alexandroff.
Assiomi di numerabilita`. Compattezza per successioni. Mappe proprie.
Azioni di gruppi di omeomorfismi. Proprietà del quoziente.

Prime nozioni di topologia algebrica.

Omotopia. Omotopia di cammini. Gruppo fondamentale: definizione e proprietà funtoriali. Dipendenza dal punto base.
Retratti e retratti di deformazione. Spazi contrattili. Spazi connessi per archi con lo stesso tipo di omotopia hanno gruppi fondamentali isomorfi. Gruppo fondamentale del prodotto.
Gruppo fondamentale della circonferenza e applicazioni: teorema fondamentale dell'algebra e teorema del punto fisso.
Rivestimenti, sollevamenti di cammini e di omotopie, relazioni tra il gruppo fondamentale della base e la cardinalita` della fibra.
Il teorema di Van Kampen.

Funzioni di una variabile complessa.

Definizioni equivalenti di funzione olomorfa, condizioni di Cauchy-Riemann. Regole di derivazione per le funzioni di una variabile complessa.

Serie di potenze: serie formali e serie convergenti. Operazioni con le serie. Raggio di convergenza e convergenza sui dischi. Funzioni analitiche (le funzioni analitiche sono olomorfe). Le serie di potenze definiscono funzioni analitiche.

Principio di continuazione analitica, zeri di una funzione analitica sono isolati. Funzioni meromorfe. Ordine in un punto di una funzione meromorfa.

Forme differenziali su un dominio del piano complesso e integrazione su cammini differenziabili a tratti. Forme chiuse e forme esatte, primitive. Integrale di una forma chiusa su un cammino continuo. Invarianza per omotopia dell'integrale di una forma chiusa.

Formula di Green per i rettangoli. Se f e` una funzione olomorfa, la forma f(z)dz è una forma chiusa. In dice di un cammino chiuso rispetto a un punto. Formula di Cauchy. Sviluppo in serie delle funzioni olomorfe.

Disuguaglianze di Cauchy; una funzione intera limitata è costante. Teorema di Morera. In opportune coordinate locali una funzione olomorfa si scrive come z —-> z^m . Le funzioni olomorfe sono aperte. Principio del massimo modulo. Lemma di Schwarz.
Sviluppo in serie di Laurent di una funzione olomorfa su una corona circolare. Stime di Cauchy. Singolarita` rimuovibili, poli e singolarita` essenziali di una funzione olomorfa.

Residui. Formula dei residui. La somma dei residui di una funzione olomorfa sulla sfera di Riemann meno un numero finito di punti è nulla. Derivata logaritmica. Numero di zeri e poli di una funzione meromorfa.
Teorema di Rouchè.

Calcolo di integrali reali per mezzo dei residui.

Testi consigliati:

Henri Cartan.*Théorie élémentaire des fonctions analytiques d'une ou plusieurs variables complexes.* Hermann Paris.

Marco Manetti. *Topologia*. Springer.

Raghavan Narasimhan. *Complex analysis in one variable*. Birkhäuser Boston.

Eventuali appunti dei docenti.

Modalità d'esame: Prova scritta e prova orale.